Maturitní témata z Matematiky

1. Výrazy a jejich úpravy
2. Lineární rovnice a nerovnice, lineární rovnice s parametrem
3. Kvadratická rovnice a nerovnice, kvadratická rovnice s parametrem
4. Rovnice a nerovnice v součinovém a podílovém tvaru
5. Soustavy rovnic a nerovnic (2 lineární, lineární a kvadratická)
6. Rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou
7. Lineární funkce – její vlastnosti, určení definičního oboru a oboru hodnot, graf
8. Kvadratická funkce – její vlastnosti, definiční obor a obor hodnot, graf
9. Lineární lomená funkce, nepřímá úměrnost – její vlastnosti, definiční obor a obor hodnot, graf
10. Mocninná funkce, mocniny a odmocniny
11. Exponenciální a logaritmická funkce – její vlastnosti, definiční obor a obor hodnot, graf
12. Exponenciální a logaritmická rovnice
13. Goniometrické funkce – její vlastnosti, definiční obor a obor hodnot, graf
14. Goniometrické rovnice
15. Goniometrické výrazy – jejich úpravy pomocí vzorců
16. Aplikace Pythagorovy věty a Eukleidových vět
17. Užití trigonometrie v praxi – sinová a kosinová věta
18. Objem a povrch těles
19. Vektory
20. Polohové vztahy útvarů – řezy těles
21. Metrické vztahy útvarů – vzdálenosti, odchylky
22. Analytické vyjádření přímky v rovině – parametrická, obecná rovnice, směrnicový tvar a jejich převádění
23. Posloupnosti a řady
24. Komplexní čísla
25. Řešení rovnic v množině komplexních čísel
26. Kružnice – její rovnice, vzájemná poloha kružnice a přímky, dvou kružnic
27. Parabola – její rovnice, vzájemná poloha paraboly a přímky
28. Elipsa – její rovnice, vzájemná poloha elipsy a přímky
29. Hyperbola – její rovnice, vzájemná poloha hyperboly a přímky

1. ÚPRAVY VÝRAZŮ

1. $$\frac{a-1+\frac{6}{a-6}}{a-2+\frac{3}{a-6}}=$$ $\left[\frac{a-4}{a-5}; podmínky\right]$

2. $$\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}\cdot\frac{x-y}{x^2+xy}=$$ $\left[\frac{x^2+y^2}{x}\right]$

3. $$\left(\frac{1}{b-a^{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{b+a^{\frac{1}{2}}}\right)\div\frac{3a^{-2}b^{-1}}{a^{-2}-a^{-1}b^{-2}}=$$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

4. $$\frac{\frac{a^2+b^2}{b}+2a}{\frac{1}{b}+\frac{1}{a}}+\frac{2b-\frac{a^2+b^2}{a}}{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}}=$$ $\left[a^2+b^2\right]$

5. $$\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}-4\cdot\sqrt{a}\right)\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=$$ $\left[4\cdot(2-a)\right]$

6. $$\frac{\left(\frac{x-y}{y}+1\right)^n}{\left(1-\frac{x-y}{x}\right)^{n+1}}=$$ $\left[\left(\frac{x}{y}\right)^{2n+1}\right]$

7. $$\left(\frac{1}{x+1}-\frac{2x}{x^2-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{x}-1\right)+\frac{3x-1}{x^2+x}=$$ $\left[\frac{4}{x+1}\right]$

8. $$\frac{3+\frac{2}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-4}=$$ $\left[\frac{3x-1}{4-3x}\right]$

9. $$\frac{1-\sqrt{3}}{1+\left|2-\sqrt{3}\right|+2\cdot\left|1-\sqrt{3}\right|}=$$ $\left[\sqrt{3}-2\right]$

10. Rozložte na součin

a) $4ax-8ax^2+12ax^3=$
b) $25a^2-30a+9-4x^4=$
c) $(2x+3)^2-(x-1)^2=$
d) $9x^2+6x-4a^2+1=$

2. LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE, ROVNICE S PARAMETREM

1. v R : $\sqrt{6+\sqrt{x}} = \sqrt{15-2\sqrt{x}}$ $[K = \{9\}]$

2. v R : $5+\sqrt{x^2-5} = x$ $[K = \{0\}]$

3. v R : $\sqrt{x+3-4\cdot\sqrt{1-x}} = 1+\sqrt{x}$ $[K = \{1\}]$

4. v Z : $\sqrt{1+x\sqrt{x}} = 1-x$ $[K = \{0\}]$

5. v R : $\dfrac{3}{x+2}+\dfrac{5x}{4-x^2} = \dfrac{3}{x-2}+\dfrac{x}{x^2-4}$ $[K = \{0\}]$

6. v R : $\dfrac{(x+5)\cdot(x-6)}{36-x^2} = 0$ $[K = \{-5\}]$

7. v N : $x-1-\dfrac{x^2-5}{x+3} = 0$ $[K = \{0\}]$

8. v R$^+$: $\dfrac{5}{6\cdot(x+4)} = \dfrac{2}{2x-3}$ $[K = \{0\}]$

9. v R : $\dfrac{2x+3}{x-1} < 1$ $[K = (-4;1)]$

10. v N : $\sqrt{x+1} \geq x-1$ $[K = \{3;4;5\}]$

11. Určete všechna přiraz. čísla větší než 2, která jsou řešením nerovnice :
$\dfrac{3}{2}\cdot(1-6x)+30 > 4\cdot(1-x)$ $[K = \{3;4;5\}]$

12. Určete všechna celá nezáporná čísla :
$8(x+2)-x \geq 4+x$ $[K = \text{všechna}]$

13. $(2p-1)\cdot x-6 = p\cdot x$

14. $\dfrac{2}{p(x-3)}+\dfrac{3}{(p-1)\cdot(x+1)} = \dfrac{x-5}{p\cdot(x+1)\cdot(x-3)}$

15. V rovnici : $\dfrac{m}{x}+\dfrac{m+3}{2} = 8+\dfrac{1}{x}$ určete hodnotu parametru $m \in R$ tak, aby kořenem dané rovnice bylo 2.

3. KVADRATICKÁ ROVNICE A NEROVNICE, KVADRATICKÁ ROVNICE S PARAMETREM

1. Rozložte na součin a zjednodušte :

a) $\dfrac{5x+2-3x^2}{14-7x}=$ $\left[\dfrac{3x+1}{7}\right]$

b) $\dfrac{6x-12}{x-x^2-6}=$ $\left[\dfrac{6}{x+3}\right]$

c) $\dfrac{4x^2+7x-2}{12x^2+5x-2}=$ $\left[\dfrac{x+2}{x+\frac{2}{3}}\right]$

d) $\dfrac{15x+8-2x^2}{64-x^2}=$ $\left[\dfrac{2x+1}{8+x}\right]$

2. Určete, pro která celá čísla má výraz smysl

$\sqrt{9-x^2}+\dfrac{1}{\sqrt{(x+1)\cdot(x+2)}}$ $[K=\{-3;0;1;2;3\}]$

3. Určete hodnoty parametru $b\in R$, pro které má rovnice 2 kořeny :

$2x^2+(b+1)x+6=0$ $[K: b\in(-\infty;-7,9)\cup(5,9;\infty)]$

4. Určete hodnoty parametru $d\in R$, pro které rovnice nemá řešení :

$x^2-2dx+2d^2-9=0$ $[d\in(-\infty;-3)\cup(3;\infty)]$

5. Určete počet řešení v závislosti na parametru p :

$p\cdot x\cdot(3x+4)=x^2+1$

6. Určete hodnoty parametru $a\in R$, pro které je daná rovnice lineární :

$(2a+3)x^2+x-a+4=0$ $\left[a=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow x=-\dfrac{11}{2}\right]$

7. Rovnice $x^2+px+6=0$ má jeden kořen $x_1=-2$.
Vypočtěte druhý kořen a parametr $p\in R$. $[x^2=-3;\ p=5]$

8. v R vyřešte : $\sqrt{x+1}\geq x-1$ $[K=\langle 0;3\rangle]$

9. Vhodně řešte :

a) $3x^2-4=0$

b) $5x^2+8x=0$

4. ROVNICE A NEROVNICE V SOUČINOVÉM TVARU

1. v R : $\frac{3}{x+2}+\frac{5x}{4-x^2}=\frac{3}{x-2}+\frac{x}{x^2-4}$ $\quad [K=\{0\}]$

2. v R : $\frac{2x+3}{x-1}<1$ $\quad [K=(-4;1)]$

3. v R : $(4x^2+25)\cdot(50-x^2)=0$ $\quad [K=\{\pm 5\cdot\sqrt{2}\}]$

4. v R : $(x^2+4x+2)\cdot(x^2+4x-4)=16$ $\quad [K=\{-2\pm\sqrt{10};-2\}]$
   - pomocí substituce

5. v R : $\frac{8}{x^2+4x+1}\leq 0$ $\quad [K=(-2;-\sqrt{3};-2+\sqrt{3})]$

6. v R : $(x^2+2)\cdot(x+7)\geq 0$ $\quad [K=\langle -7;\infty)]$

7. v R : $(x+2)\cdot(4-x)\leq 0$ $\quad [K=(-\infty;-2\rangle\cup\langle 4;\infty)]$

8. v R : $\frac{x+2}{3x-2}\leq 0$ $\quad \left[K=\langle -2;\frac{2}{3})\right]$

9. Pomocí substituce řešte :
   a) $\left(\frac{x^2+2}{x^2-4}-3\right)\cdot\left(\frac{x^2+2}{x^2-4}+4\right)+10=0$ $\quad [K=\{\pm\sqrt{2}\}]$
   b) $(x^2+2x-3)\cdot(x^2+2x+1)-5=0$ $\quad [K=\{-1;\pm\sqrt{5}\}]$
   c) $\sqrt{2x^2+5x}-\sqrt{2x^2+5x-10}=\sqrt{2}$ $\quad \left[K=\left\{-\frac{9}{2};2\right\}\right]$

10. v R : $(x-2)^2\cdot(-x^2+4x-3)>0$ $\quad [K=(1;2)\cup(2;3)]$

5) SOUSTAVY ROVNIC A NEROVNIC

1. R^3 :

a) $x+y-z=17$
$x+z-y=13$
$y+z-x=7$ $\quad [K=\{[15;12;10]\}]$

b) $3x+2y+3z=110$ $\quad \left[K=\left\{\left[\frac{55}{4};\frac{55}{4};\frac{55}{4}\right]\right\}\right]$
$5x-y-4z=0$
$2x-3y+z=0$

c) $x+y-z=5$ $\quad [K=\{0\}]$
$2x+2y-2z=7$
$x-3y+5z=15$

2. R^2 :

a) $2x^2-3y^2=24$ $\quad [K=\{[\pm 6;\pm 4]\}]$
$2x-3y=0$

b. $x+y=5$ $\quad [K=\{[2;3];[3;2]\}]$
$x\cdot y=6$

c) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$ $\quad \left[K=\left\{\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right];\left[\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right]\right\}\right]$
$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=13$

3. R^2 :

a) $5x-3y=7$ $\quad [K=\{0\}]$
$10x-6y=5$

b) $5x-3y=7$ $\quad [K=\{R\times R\}]$
$10x-6y=14$

c) $3x-2y=4$ $\quad [K=\{[2;1]\}]$
$x+3y=5$

- řešte početně i graficky

4. a) Z^2 : $\frac{3x-4y+3}{4}=4-\frac{4x-2y-9}{3}$ $\quad [K=\{[7;5]\}]$

$\frac{2x-y+3}{3}=4+\frac{x-2y+3}{4}$

b) v N^2 : $\frac{3x-4}{3y+4}=\frac{1}{2}$ $\quad [K=\{[5;6]\}]$
$\frac{2x-y}{2x+y}=\frac{1}{4}$

5. v R^3 :

a) $4x+3y-z=7$ $\left[K=\left\{\left[\frac{7}{6};-\frac{1}{6};-\frac{17}{6}\right]\right\}\right]$

$3x+4y+z=0$

$5x+y+2z=0$

b) $2x+3y-z=0$ $[K=\{0\}]$

$3x+7y-5z=0$

$x-y+3z=10$

6. a) $x-2y=5$

$3x+y\leq 1$

b) $3x-8<x+6<2x+2$ $[K=(4;7)]$

c) $x-3y\leq 0$ $[K=\{0\}]$

$x-3y\leq 5$

7. a) $\frac{2x-1}{4}+\frac{19-2x}{2}<2x$ $\left[K=(\frac{37}{10};6\rangle\right]$

$\frac{1}{5}\cdot(x-1)\frac{x}{3}\leq\frac{2x+15}{9}$

b) $3x-4<2(x+4)$ $[K=(-\infty;12)]$

$\frac{5x+7}{7}<\frac{2x+7}{3}$

6) **ROVNICE A NEROVNICE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU**

1. v R :

a) $3+4|x-2|=5x$ $\left[K=\left\{\frac{11}{9}\right\}\right]$

b) $3x-|2x-1|=x+1$ $\left[K=\langle\frac{1}{2};\infty)\right]$

2. v R :

a) $|2x-7|+|x-2|=3$ $\left[K=\{2;4\}\right]$

$|x|-2|x+1|+3|x+2|=0$ $\left[K=\{-2\}\right]$

3. v R :

a) $|2x-3|\geq|3x-2|$ $\left[K=\langle-1;1\rangle\right]$

b) $|x+1|+|x-3|-2|x|=3$ $\left[K=\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}\right]$

4. v R :

a) $|x|-|x-1|\geq 0$ $\left[K=\langle\frac{1}{2};\infty\right]$

b) $|x-1|+2|x|-4=0$ $\left[K=\left\{-1;\frac{5}{3}\right\}\right]$

5. a) $|2x+1|=0$ $\left[K=\left\{-\frac{1}{2}\right\}\right]$

b) $|x+5|=-2$ $\left[K=\{0\}\right]$

6. a) $|x-3|+|x-2|=9-2|x-4|$ $\left[K=\left\{1;\frac{11}{2}\right\}\right]$

b) $|x+2|+|x-2|=2(x+1)$ $\left[K=\{1\}\right]$

7. a) $|x^2-4x|=5$ $\left[K=\{-1;5\}\right]$

b) $|2x-2|+x^2-6=0$ $\left[K=\{\pm 3;\pm 2\}\right]$

8. a) $|5x|=x^2+6$ $\left[K=\{1-\sqrt{5};2\}\right]$

b) $|x^2-3x|=2-x$ $\left[K=\{1-\sqrt{3};2-\sqrt{2}\}\right]$

9. a) $2|x|\geq x+3$ $\left[K=(-\infty;0\rangle\right]$

b) $x+1\leq|1-x|$ $\left[K=(-\infty;-1\rangle\cup\langle 3;\infty)\right]$

10. $|x+1|+|x-3|-2|x|-3>0$ $\left[K=\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)\right]$

11. a) $\left|x^2-1\right|-1>2x$ $\left[K=(-\infty;0)\cup\left(1+\sqrt{3};\infty\right)\right]$

7. LINEÁRNÍ FUNKCE + LINEÁRNÍ FUNKCE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU

1. Napiš rovnici lineární funkce, která prochází body $A[1;2]; B[3;4]$, načrtni graf urči vlastnosti.

2. Napiš rovnici lineární funkce, která má graf :
   Urči vlastnosti.

3. Načrtni graf funkce :
   a) $f : y = 2x - 5;\text{kde } x \in \langle -3;1)$
   b) $f : 2x + 3y - 6 = 0$

4. Načrtni graf funkce :
   a) $f : y|' -x + 1|$
   b) $f : y = |-x+1| - 1$
   c) $f : y = |2 + x| - |2 - x|$
   d) $f_1 : y = |x|;\ f_2 : y = 2|x| + 1;\ f_3 : y = |x - 2|$
   e) $f : y = |x+1| - |x-1|$

5. Turista ujede 4,8 km za hodinu. Do 9 hodin ušel 11 km. Najděte fci, která udává vzdálenost y $[km]$, kterou turista ušel mezi 9 – 13 hodinou v závislosti na čase. Určete, kolik km turista ušel do $11^{30}\,hod$.

6. Z nádrže o objemu 1200 l vytéká voda rychlostí 3 ls^{-1}. Napište :
   a) fci, udávající množství vyteklé vody (y) za danou délku (x)
   b) fci, udávající, kolik vody ještě v nádrži zbývá (z) v daném čase (x). Čas měřte od okamžiku, kdy voda začala vytékat.

7. V časovém intervalu 0 – 8 s dostává auto jedoucí po dálnici zrychlení 1,6 ms^{-2}. V čase t = 0 sjelo rychlostí 36 kmh^{-1}. Určete rychlost auta v ms^{-1} v závislosti na čase v sekundách. Určete rychlost auta v čase 2 s, 7 s.

8. KVADRATICKÁ FUNKCE, KVADRATICKÁ FUNKCE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU

1. Napište rovnici fce, která prochází body $K[0;-3], L[1;0], M[-1;-4]$.

2. Zjistěte, zda existuje alespoň jedno $x \in D(f)$ fce $f : y = x^2 - 6x + 11$, pro které platí :
   a) $f(x) = 5$
   b) $f(x) = 1$

3. Načrtněte graf fce
   $f_1 : y = x^2 + 4x + 3$
   $f_2 : y = -(x-3)^2 + 1$
   $f_3 : y = x^2 - 6x + 9$

4. Načrtněte graf fce
   $f_1 : y = x \cdot |x|$
   $f_2 : y = -2x \cdot |x-3|$
   $f_3 : y = x^2 + 4 \cdot |x|$

5. V noci se měnila teplota t̲ v závislosti na čase podle vztahu : $t = h^2 - 5h + 4$, kde h̲ je čas v hodinách po půlnoci. Sestrojte graf pro $h \in \langle 0;6 \rangle$ hodin. Určete :
   a) kolik stupňů ukazoval teploměr v 5 hodin ráno
   b) kdy byla teplota pod nulou a kdy nad nulou
   c) v kolik hodin byla teplota maximální a kolik stupňů teploměr ukazoval

5. Určete souřadnice vrcholu fce
   $f_1 : y = 5(x+1)^2$
   $f_2 : y = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$
   $f_3 : y = 3\left[(x-1)^2 + 1\right]$
   $f_4 : y = 6x^2 + 3$
   $f_5 : y = x^2 + 2x - 3$
   $f_6 : y = x^2 + 14x - 49$

9. LINEÁRNÍ LOMENÁ FUNKCE

Načrtněte graf a určete vlastnosti :

1. $f : y = \dfrac{1-x}{x+3}$

2. $f : y = \dfrac{x+3}{x}$

3. $f : y = \dfrac{x}{x-2}$

4. $f : y = \dfrac{1}{x-4} + 3$

5. $f : y = \dfrac{2x+1}{x-3}$

6. $f : y = \left|\dfrac{x+1}{x-2}\right|$

7. $f : y = \left(1 - \dfrac{x^2}{x^2-1}\right) \div \left(\dfrac{x+2}{x+1} - 1\right)$

8. $f : y = 1 + \dfrac{2}{1 - \dfrac{2}{1 + \dfrac{2}{x}}}$

9. $f : y = \dfrac{x + \dfrac{x+2}{2}}{x - \dfrac{x - \dfrac{x}{2}}{2}}$

10. Nakreslete graf fce $f : y = \dfrac{2x+1}{3x-6}$

Pomocí grafu řešte nerovnici :

a) $\dfrac{2x+1}{3x-6} \geq 0$

b) $\dfrac{2x+1}{3x-6} \leq \dfrac{1}{3}$

10. MOCNINNÁ FUNKCE, MOCNINY A ODMOCNINY

1. Pomocí grafu porovnejte

a) $(-0{,}4)^3; (0{,}4)^{-3}$

b) $\left(\frac{1}{7}\right)^8; \left(\frac{1}{11}\right)^8$

c) $0{,}2^5; (-0{,}2)^5$

d) $(14{,}3)^{-4}; (16{,}4)^{-4}$

e) $\left(-\frac{2}{5}\right)^6; \left(-\frac{3}{5}\right)^6$

2. Zapište pomocí mocniny o základu 2 :

a) $2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{8}} \cdot 16^{\frac{10}{16}} =$

b) $2^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot 8^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[6]{16} \cdot 32^{\frac{1}{12}} =$

3. Načrtněte graf fce

a) $f : y = \frac{1}{x^3} + 2$

b) $f : y = \frac{1}{(x-0{,}5)^2}$

c) $f : y = -x^{-4} + 2$

d) $f : y = \frac{1}{(x+2)^4} - 1$

4. Upravte

a) $\left[\left(5^{\frac{13}{12}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(5^{\frac{1}{9}}\right)^{\frac{7}{4}}\right] \div \left(3^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{8}{3}} =$

b) $\frac{\left(a^{-1} \cdot b^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(a \cdot b^2\right)^{\frac{1}{10}}} \cdot \left(\frac{a^{\frac{2}{5}}}{b^{\frac{3}{2}}}\right)^{-2} =$

c) $\sqrt[3]{6^2 \cdot \sqrt{6}} =$

d) $\frac{2}{1+\sqrt{x}} - \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+2}{1-x} =$

e) $\sqrt[5]{\left(\frac{\sqrt{a} \cdot a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}} =$

f) $\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b^3}}} \cdot \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}} =$

11. Exponenciální a logaritmická funkce

1. Určete definiční obor a obor hodnot :

$f_1 : y = 3^x$

$f_2 : y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$f_3 : y = 3 \cdot \frac{x}{x^2 - 6x + 8}$

$f_4 : y = \sqrt{4 - \left(\frac{1}{2}\right)^x}$

$f_5 : y = \frac{1}{4^x + 1}$

$f_6 : y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9}$

$f_7 : y = \frac{1}{\sqrt{2^x - 1}}$

2. Načrtněte graf fce :

$f : y = 2x^2 - 4$

$g : y = \left|2^x - 4\right|$

3. Zjistěte pomocí grafu, zda platí :

$\left(\frac{7}{5}\right)^{-0,5} < 1$

$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{0,\dot{4}} > 1$

4. Pomocí grafu zjistěte, pro která r, s platí :

a) $\left(\frac{2}{7}\right)^r < \left(\frac{2}{7}\right)^s$

b) $1{,}7^r > 1{,}7^s$

5. Pro která <u>a</u> platí :

a) $a^{-0,7} > a^{-0,8}$

b) $a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{2}{3}}$

c) $\frac{1}{a^3} > \frac{1}{a^2}$

6. Určete definiční obor fce :

$f_1 : y = \log(x-3)$

$f_2 : y = \log \dfrac{x+3}{4-x}$

$f_3 : y = \log_3 (x^2 + x + 1)$

$f_4 : y = \log_3 (4 - x)$

$f_5 : y = \log_3 (x^2 + 5)$

7. Pomocí grafu určete a tak, aby platilo :

a) $\log_a 2 < \log_a 5$

b) $\log_a 0{,}4 < \log_a 1$

8. Porovnejte čísla :

a) $\log_3 11; \log_3 12$

b) $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}4; \log_{\frac{1}{2}} 0{,}3$

9. Zjistěte, zda číslo je kladné nebo záporné

a) $\log_2 3$

b) $\log_{0{,}3} 0{,}6$

c) $\log_{100} 0{,}99$

12. EXPONENCIÁLNÍ A LOGARITMICKÉ FUNKCE

1. $5^{x+1} \cdot 25^{x-3} = 125^{2x-1}$

2. $2^{2x^2+3x+1} = 1$

3. $2^{\frac{2}{x}} - 9 \cdot 2^{\frac{1}{x}} + 8 = 0$

4. $\log_3 y = \frac{1}{2} \cdot \log_3(x+1) - \log(x-3) - 1$

5. $\log\left(\frac{1}{2} + x\right) = \log\frac{1}{2} - \log x$

6. $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - x - 12\right) = \log_{\frac{1}{2}}(x+3) + 1$

7. $\frac{\log_5(13-2x)}{\log_5(5-x)} = 2$

8. $\log_5 x = \frac{1}{\log_5 x}$

9. $3^x + 3^{2x+1} = 4$

10. $5^x + 3 \cdot 5^{x-1} = 8 \cdot 5^{-2}$

11. $8 \cdot 3^{\sqrt{x+1}} - 9^{\sqrt{x+1}} = -9$

12. $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{x+2} = \frac{4}{25}$

13. $\log\sqrt{x^2 + x - 2} = \frac{1}{2}$

14. $\frac{6x^2}{2^{-2}} = \frac{3^{-2}}{6^{2-5x}}$

13. GONIOMETRICKÁ FUNKCE

1. Načrtněte graf fce :
   a.) $f: y = \cos x$
   b) $f: y = 2 \cdot \cos x$
   c) $f: y = \cos x\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
   d) $f: y = \cos x + 1$
   e) $f: y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

2. Které z uvedených rovnic nemají řešení ?
   a) $2 \cdot \sin x = -1{,}89$
   b) $|\sin x| = \frac{5}{4}$
   c) $\frac{1}{2}\cos x = 0{,}65$
   d) $1 - |\cos x| = \frac{1}{2}$

3. Zjistěte zda platí :
   a) $\sin 75° > \sin 60°$
   b) $\cos\frac{\pi}{8} > \cos\frac{\pi}{7}$
   c) $tg 75° > tg 100°$
   d) $\cot g \frac{5}{6}\pi < \cot g \frac{4}{5}\pi$

4. Zda platí rovnost :
   a) $\sin 20° = \sin 740°$
   b) $\cos 49° = \cos(-671°)$
   c) $tg 25° = tg 205°$
   d) $\cot g \frac{7}{9}\pi = \cot g\left(-\frac{2}{9}\right)\pi$

5. Určete interval, aby platilo :
   a) $\cos\alpha < 0 \wedge tg\alpha > 0$
   b) $\cos\alpha > 0 \wedge \sin\alpha > 0$
   c) $\cos\alpha < 0 \wedge \cot g\alpha > 0$
   d) $\sin\alpha < 0 \wedge \cos\alpha < 0$
   e) $\cos\alpha < 0 \wedge tg\alpha < 0$
   f) $\sin\alpha < 0 \wedge \cot g\alpha > 0$

6. Určete velikost úhlu α ve stupních i radiánech, aby platilo :
   a) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \cos\alpha < 0$
   b) $tg\alpha = \sqrt{3} \wedge \sin\alpha > 0$

14. GONIOMETRICKÉ ROVNICE

1. a) $\cos\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

   b) $2\cdot\frac{\cos x+1}{3}-\frac{4\cdot\cos x-1}{2}=1-\cos x$

   c) $\frac{1}{\cos^2 x}-tg^2x=1$

   d) $2\cdot\sin^2 x+7\cdot\cos x-5=0$

   e) $2\cdot\sin^2 x+5\cdot\sin x=3$

   f) $\sin x\cdot\cos x=0$

2. Užijte vzorce a vyřešte :

   a) $\sin(x+15°)+\sin(x+15°)=\sqrt{3}$

   b) $\cos(x+15°)-\cos(x-45°)=1$

   c) $tg(x+45°)+tg(x-45°)=1{,}5$

3. Bez výpočtu velikosti úhlu určete hodnoty ostatních gon. fcí

   a) $\sin\alpha=\frac{3}{5}\wedge\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$

   b) $\cos\alpha=-\frac{1}{3}\wedge\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$

   c) $tg\alpha=0{,}8\wedge\alpha\in\left(\pi;\frac{3}{2}\pi\right)$

   d) $\cot g\alpha=\frac{1}{5}\wedge\alpha\in\left(\pi;\frac{3}{2}\pi\right)$

   e) $\sin\alpha=-0{,}4\wedge\alpha\in\left(\frac{3}{2}\pi;2\pi\right)$

   f) $\cos\alpha=0{,}25\wedge\alpha\in\left(\frac{3}{2}\pi;2\pi\right)$

4. Řešte rovnice :

   a) $3\cdot\sin x=8\cdot\cot gx$

   b) $2\cdot tgx+3\cdot\cot gx=5$

   c) $\sin^2 x=3\cdot\cos x$

   d) $2\cdot\cot g^2x=3\cdot\cot gx-1$

15. VÝRAZY GONIOMETRICKÝCH VÝRAZ

1. a) $\dfrac{\sin 2x - \cos x}{1 - \cos^2 x - \sin x} =$

b) $\dfrac{\cos^2 x}{1 + \sin x} =$

c) $\cos 2x + \sin 2x \cdot tgx =$

d) $\dfrac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} + \dfrac{1 - \cos^2 x}{\sin 2x} =$

e) $\dfrac{1 - tg^2 x}{1 + tg^2 x} =$

2. Bez kalkulačky vypočtěte :

a) $\dfrac{\sin 5° - \sin 85°}{\cos 130° - \cos 50°} =$

b) $2 \cdot \sin 22°30' \cdot \cos 22°30' =$

c) $\dfrac{\cos 80° + \cos 20°}{\sin 110° + \sin 10°} =$

3. Zjednodušte :

a) $\sin\left(\dfrac{\pi}{4} + x\right) - \sin\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{4} + x\right) =$

b) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) =$

4. Vypočtěte :

a) $\sin \dfrac{5}{4}\pi - \cos \dfrac{4}{3}\pi + tg \dfrac{5}{3}\pi - \cot g \dfrac{11}{6}\pi =$

b) $\left[1{,}3^{-1} \div \left(\dfrac{169}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \cdot \cos 120° + \dfrac{1}{4} \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-2} \cdot tg\, 225° =$

5. Zjistěte zda platí rovnost :

a) $\cos\alpha + \cos(\alpha + 120°) + \cos(\alpha + 240°) = 0$

b) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2\alpha - \cos^2\beta$

16. APLIKACE PYTHAGOROVY VĚTY A EUKLEIDOVY VĚTY

1. Jakou délku má tětiva, která přísluší středovému úhlu o velikosti 120° v kružnici o poloměru 20 cm.

2. Štít střechy má tvar rovnoramenného trojúhelníka jehož šířka je 12,8 m. Sklon střechy je 38°. Vypočtěte výšku střechy.

3. Na těleso působí dvě navzájem kolmé síly o velikosti 52 N a 49 N. Vypočtěte velikost výslednice a úhly, které svírá s jednotlivými silami.

4. Po startu stoupalo letadlo po dráze 3,5 km pod úhlem 26° a pak po dráze 2,5 km pod úhlem 18°. Do jaké výšky se dostalo?

5. Sklon lyžařské trati je 26° a rozdíl nadmořských výšek startu a cíle je 1450 m. Jaká byla průměrná rychlost lyžaře, který tuto trať sjel za 2 minuty?

6. Z pozorovací věže ve výšce 105 m nad hladinou moře je zaměřena loď v hloubkovém úhlu 2°. Jak daleko je loď od věže?

7. V pravoúhlém ΔABC s přeponou c je odvěsna b = 12 cm a těžnice $t_b = 10cm$. Vypočtěte těžnici t_a = ?

8. V pravoúhlém ΔABC je odvěsna a = 12 cm a průmět druhé odvěsny b od přepony je 5,4 cm. Určete délky stran a velikosti úhlů.

9. Pravoúhlý ΔABC má přeponu 37 cm a obvod 84 cm. Vypočtěte obsah ΔABC .

10. Délky úhlopříček kosočtverce, jehož obsah S = 150 cm^2, jsou v poměru 4:3. Vypočtěte délky stran, úhlopříček a výšku kosočtverce.

11. Běžecká trať je vytyčena z A do B, pak z B do C a pak z C do D. Kdyby závodník běžel ze startu A do cíle D, zkrátil by si trať. O kolik si ji zkrátil?

17. UŽITÍ TRIGONOMETRIE V PRAXI – SINOVÁ A KOSINOVÁ VĚTA

1. V ΔABC je a = 5,5 cm, b = 5,2 cm, $\chi = 48°30'$. Vypočtěte velikost zbývajících stran, úhlů, obsah ΔABC.

2. Jsou dány síly $F_1 = 84{,}5N$ a $F_2 = 47{,}8N$, svírají úhel o $\alpha = 56°40'$. Jak velká je výsledná síla $\vec{F}$ a jaké úhly svírá s $\vec{F_1}; \vec{F_2}$? $[\alpha = 36°50'; \beta = 19°50'; F = 117{,}75N]$

3. Určete strany a úhly ΔABC, kde b = 8 cm, $\beta = 30°45', v_c = 6{,}1cm$.

4. Z pozorovatelny 15 m vysoké a vzdálené 30 m od břehu řeky se jeví šířka v zorném úhlu $\varphi = 15°$. Vypočtěte šířku řeky. $[43{,}5m]$

5. Letadlo letí ve výšce 3500 m k pozorovatelně. V okamžiku prvního měření je bylo vidět pod výškovým úhlem o velikosti 25°, při druhém měření pod úhlem 48°. Vypočtěte vzdálenost, kterou letadlo proletělo mezi oběma měřeními. $[4\,354{,}36m]$

6. Kosmická loď byla zaměřena radarovým zařízením pod výškovým úhlem $34°37'$ a od pozorovacího místa na Zemi měla vzdálenost 615 km. Vypočtěte vzdálenost d kosmické lodi od Země. $[d = 368{,}4km]$

18. OBJEM A POVRCH TĚLES

1. Délky hran kvádru jsou v poměru $a:b:c=1:2:3$, tělesová úhlopříčka má délku $\sqrt{504}$. Vypočtěte objem a povrch kvádru. $[V=1296, S=792]$

2. Objem krychle je 216 cm^3. Vypočtěte její povrch. $[216cm^2]$

3. Z koule o poloměru 8 cm je oddělena úseč, jejíž výška je třetinou průměru koule. Určete povrch kulové úseče. $[446{,}8cm^2]$

4. Určete objem a povrch rotačního kužele, jestliže jeho strana má od roviny podstavy odchylku $\alpha = 45°$ a výška kužele je v = 10 cm. $[V=1047{,}2cm^3; S=758{,}4cm^2]$

5. Tělesová úhlopříčka prav. čtyřbokého hranolu svírá s podstavou úhel 60°. Hrana podstavy má délku 10 cm. Vypočtěte objem tělesa. $[V=2450cm^3]$

6. Cihla zlata ve tvaru prav. čtyřbokého komolého jehlanu s podstavnými hranami 10 cm, 8 cm má hmotnost 24 kg. Určete její výšku, je – li hustota zlata 19 290 kgm^{-3}.
$[v=15{,}3cm]$

7. Pravidelný trojboký hranol, jehož všechny hrany jsou shodné, má povrch S = 4530 cm^2. Určete objem tělesa. $[V=17368cm^3]$

8. Vypočtěte obsah pláště, povrch a objem prav. čtyřbokého komolého jehlanu, je – li dáno : $a_1=5cm; a_2=3cm; v=20mm$. $[S_{pl}=36cm^2; V=32{,}67cm^3; S=70cm^2]$

9. Určete objem a povrch koule, kterou vidíme ze vzdálenosti 10 m od jejího středu v zorném úhlu 60°. $[V=523m^3; S=314m^2]$

19. VEKTORY

1. Určete souřadnice počátečního bodu A vektoru $\overrightarrow{AB}$ a jeho velikosti, jestliže $\overrightarrow{AB}(-15;8), B[-7;5]$. $\left[A[8;-3]; \left|\overrightarrow{AB}\right| = 17\right]$

2. Vypočtěte velikost vnitřních úhlů ΔKLM, kde $K[2;3], L[-3;5], M[-1;6]$.

3. Jsou dány body $A[3;2], B[-1;-1]$, vektor $\vec{a}\,(12;-5), \vec{a} = \overrightarrow{BC}$.
Určete :

a) velikost vektoru $\vec{a}$

b) souřadnice bodu c $[c = [11;-6]]$

c) zjistěte, zda body tvoří ΔABC $[ano]$

d) velikost stran a největšího úhlu $\left[c = 5; b = 8\sqrt{2}; a = 13\right][\alpha = 98°08']$

4. Určete vektor $\vec{a}$, který je kolmý k vektoru $\vec{b}(3;4)$ a jehož velikost je 15.
$\left[\overrightarrow{u_1}(-12;9), \overrightarrow{u_2}(12;-9)\right]$

5. Vypočtěte souřadnice těžiště ΔABC, zjistěte zda je pravoúhlý.
$[A[-3;2], B[5;4], C[0;2]]$
$\left[T = \left[\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right]; neni\ pravoúhlý\right]$

6. Určete souřadnice vektoru $\vec{u}(u_1, u_2)$ tak, aby byl kolmý k vektoru $\vec{v}(2;3)$ a měl stejnou velikost.
$\left[\overrightarrow{v_1} = (3;-2), \overrightarrow{v_2} = (-3;2)\right]$

7. Jsou dány vektory $\vec{a}(3;5), \vec{b}(6;2)$

a) najděte vektor $\vec{c}$ kolmý k $\vec{b}$, pro který platí $\vec{a} \cdot \vec{c} = 4$

b) určete vektor $\vec{d}$, který je kolmý k $\vec{a}$ a má velikost
68. $\left[\vec{c}\left(-\frac{1}{3};1\right), \vec{d} = \left(\pm 10\sqrt{34}; \pm 6\sqrt{34}\right)\right]$

8. Zjistěte velikost vektoru $\left|\vec{u} + \vec{v}\right|, \left|\vec{u} - \vec{v}\right|$ jestliže $\left|\vec{u}\right| = 5, \left|\vec{v}\right| = 3$ úhel mezi nimi $\frac{\pi}{3}$.
$\left[\left|\vec{u} + \vec{v}\right| = 7, \left|\vec{u} - \vec{v}\right| = \sqrt{19}\right]$

21. METRICKÉ VZTAHY ÚTVARŮ – VZDÁLENOSTI, ODCHYLKY

1. Pravidelný trojboký jehlan ABCV má boční hrany délky b = 10 cm a odchylka bočních hran je 30°. Vypočtěte :

   a) délku podstavných hran $[a \doteq 5{,}2cm]$

   b) výšku tělesa $[v \doteq 9{,}5cm]$

   c) odchylku bočních stěn $[\beta \doteq 62°]$

2. Pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, podstavná hrana $|AB| = 6cm$, boční hrana $|AV| = 8cm$. Vypočtěte :

   a) výšku jehlanu $[v = 6{,}8cm]$

   b) vzdálenost bodu B od roviny ACV $[3 \cdot \sqrt{2}]$

   c) vzdálenost bodu A od přímky CV $[7{,}2]$

   d) d. odchylku přímek AV, BV $[44°]$

   e) odchylku přímky BV od roviny ABC $[58°]$

3. Kvádr ABCDEFGH, kde $|AB| = 5, |BC| = 6, |AE| = 7$. Určete :

   a) odchylku rovin BDG a BDE $[58°]$

   b) vzdálenost bodu E od roviny AFH $[3{,}4]$

   c) Odchylku tělesové úhlopříčky AG a úsečky CM, kde M je střed hrany AD.

22. ANALYTICKÉ VYJÁDŘENÍ PŘÍMKY

1. ΔABC : $b: 3x + 4y - 1 = 0; c: x - y + 2 = 0$

   Určete : a. souřadnice bodu A $\{A[1;1]\}$

   b) odchylku přímek b, c $[\varphi = 81°52']$

   c) směrový úhel přímky, na které leží strana c $[\varphi = 45°]$

2. Přímka prochází bodem $P[0;1]$ a je rovnoběžná s vektorem $\vec{u}(4;-5)$:

   a) napište parametrickou rci přímky $\begin{bmatrix} x = 0 + 4t \\ y = 1 - 5t \end{bmatrix}$

   b) napište obecnou rci přímky $[5x + 4y - 4 = 0]$

   c) napište směrnicový tvar přímky $\left[y = -\frac{5}{4}x + 1 \right]$

   d) zjistěte, zda bod $A[2;3]$ leží na této přímce $[ne]$

3. Vypočtěte vzdálenost počátku soustavy souřadnic od přímky $p: x = 5 + 8t, y = 3 + 15t$

   $[v = 3]$

4. Je dán ΔKLM : $K[5;1], L[2;2], M[1;5]$:

   a) zapište obecné rce všech stran $[x + 3y - 8 = 0; 3x + y - 8 = 0; x + y - 6 = 0]$

   b) vypočtěte velikost všech vnitřních úhlů

5. Napište obecné rce těžnic ΔABC : $A[0;5]; B[6;7]; C[1;4]$

   a) $[x - 7y + 35 = 0; x - y + 3 = 0; 5x - 11y + 47 = 0]$

   b) určete obecnou rci střední příčky ΔABC, která je rovnoběžná s AB

   $[x - 3y + 13 = 0]$

6. Průsečíkem přímek $p: 3x + y - 2 = 0, q: x - y - 6 = 0$ veďte rovnoběžku s přímkou $k: 2x - y + 4 = 0$. Určete její obecnou rci. $[2x - y - 8 = 0]$

7. Najděte průsečík přímky p s osou x a y, jestliže k = 2 a prochází bodem $C[1;4]$.

   $[P_1[0;2]; P_2[-1;0]]$

8. Určete směrnici všech tří přímek, na nichž leží strany $\Delta ABC, A[1;2], B[2;-3], C[4;5]$

   $[k_1 = -5, k_2 = 4, k = 1]$

23. POSLOUPNOSTI A ŘADY

1. Pro aritmetickou posloupnost platí : $a_2 = 11, a_4 = 25$. Pro jaké n platí $a_n = 60$.
$[n = 90]$

2. Určete součet přirozených čísel, které jsou dělitelné 7 a leží mezi čísli 5 a 95.
$[n = 13 \Rightarrow s_n = 637]$

3. Mezi čísla 32 a $\frac{1}{2}$ vložte 5 čísel tak, aby spolu s vloženými čísly tvořily 7 po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Které je prostřední číslo?
$\left[q = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow a_4 = \pm 4\right]$

4. Délky stran pravidelného trojúhelníka tvoří 3 po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Jak jsou dlouhé, je – li jeho obsah 6 dm^2? $[a = 4; b = 3; c = 5]$

5. Určete desátý člen aritmetické posloupnosti, ve které platí : $\begin{matrix} a_2 + a_3 = 9 \\ a_2 \cdot a_3 = 14 \end{matrix}$
$[a_{10} = 42 \text{ nebo } a_{10} = -33]$

6. Délky stran ΔABC tvoří 3 po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Jak jsou dlouhé, jestliže jeho obvod je 42 cm a délka strany b
$[a = 2; b = 8; c = 32; q = 4 \Rightarrow \textit{nelze sestrojit} \Rightarrow \Delta ABC \textit{ neexistuje}]$

24. KOMPLEXNÍ ČÍSLA

1. Převeďte do goniometrického tvaru, znázorněte v Gaussově rovině, nejprve upravte :

   a) $z = \left(1 + i^9\right) + \left(3 - i^6\right) - \left(2 + 7i^7\right) \cdot \left(2 + i^{-3}\right) =$

   b) $\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{-2} + \left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{2} = \left[-2 = 2 \cdot \left(\cos 180° + i \sin 180°\right)\right]$

   c) $\left(\dfrac{5+14i}{3+2i}\right) + \left(3 - 2i\right) = \left[4 - 6i = \sqrt{52} \cdot \left(\cos 303{,}7° + i \sin 303{,}7°\right)\right]$

2. Vynásobte, výsledek zakreslete a zapište v goniometrickém tvaru

   $z_1 = \dfrac{7}{2} + \dfrac{7}{2} i\sqrt{3}, \; z_2 = \sqrt{3} - i$ $\left[7 \cdot \sqrt{3} + 7i = 14 \cdot \left(\cos 30° + i \sin 30°\right)\right]$

3. $z = \dfrac{15 - 5i}{1 + 2i} - \dfrac{1 - 3i}{i} + \left(3 + i\right) \cdot \left(-1 + 2i\right)$. Určete :

   a) algebraický tvar $\left[-1 - i\right]$

   b) $|z|, \bar{z}$, znázorněte $\left[|z| = \sqrt{2}, \bar{z} = -1 + i\right| \varphi = 225°$

   c) z^5 $\left[4 + 4i\right]$

   d) zda je číslo z komplexní jednotkou

4. $z = \left(1 - i\right) \cdot \left(\cos \dfrac{5}{12}\pi + \sin \dfrac{5}{12}\pi\right)$ vyjádřete v goniometrickém tvaru :

   $\left[z = \sqrt{2} \cdot \left(\cos \dfrac{\pi}{6} + i \sin \dfrac{\pi}{6}\right)\right]$

5. $z = \dfrac{i \cdot \left(\cos \dfrac{5}{3}\pi + i \sin \dfrac{5}{3}\pi\right)}{\cos \dfrac{\pi}{6} + i \sin \dfrac{\pi}{6}}$ → vypočtěte a výsledek zapište v alg. a gon. tvaru

   $\left[z = \cos 2\pi + i \sin 2\pi = 1\right]$

6. $z = 2i \cdot \sin \dfrac{\pi}{4} \cdot \left(\cos \dfrac{7}{3}\pi + i \sin \dfrac{7}{3}\pi\right) \cdot \left[\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$ → vyjádřete v alg. a gon. tvaru

7. $z = \dfrac{2 - 4i}{1 + i} \cdot \left(3 - 2i\right) + \left(1 + 2i\right) \cdot i^7$

   a) algebraický tvar $\left[-7 - 8i\right]$

   b) $|z|, \bar{z}$, znázorněte $\left[|z| = \sqrt{113}, \bar{z} = -7 + 8i\right| \varphi = 228°49'$

   c) z^9 $\left[\left(\sqrt{113}\right)^2 \cdot \left(\cos 261° + i \sin 261°\right)\right]$

25. ŘEŠENÍ ROVNIC V MNOŽINĚ KOMPLEXNÍCH ČÍSEL

1.	$x^2 + x(2-i) + 3 - i = 0$	$[-1+2i; -1-i]$
2.	$\dfrac{x+3}{2x-5} - \dfrac{x-1}{x+1} = \dfrac{x^2+16}{2x^2-3x-5}$	$\left[\dfrac{11 \pm i\sqrt{23}}{4}\right]$
3.	$\bar{z} \cdot (1-i) = z \cdot i + 1 - 3i$	$[z = 1+i]$
4.	$\dfrac{3+x}{3-x} + \dfrac{3-x}{3+x} = \dfrac{6x}{9-x^2}$	$\left[\dfrac{3(1 \pm i\sqrt{3})}{2}\right]$
5.	$\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2 + \dfrac{1}{x} = 1+i$	$\left[\dfrac{2-i}{5}\right]$
6.	$\sqrt{x^2 + 8ix + 9} = -x + i$	$[i]$
7.	$\left(5 - \dfrac{1}{i}\right) \cdot \bar{z} + 2z = 22i$	
8.	$(2+3i) \cdot z + i \cdot z = 1 - i$	$\left[\dfrac{-1-3i}{10}\right]$
9.	$(2+i)^3 - \dfrac{1-i}{i} = x - 4yi - y$	$[K = \{[0; -3]\}]$
10.	$z^2 + 2iz = 1 + 2i$	$[1; -2i-1]$
11	$z^2 - 4iz - 3 = 0$	$[i; 3i]$
12.	$z^z - 2z + 2 = 0$	$[1 \pm i]$
13.	$3z^2 + 4z + 2 = 0$	$\left[\dfrac{-2 \pm \sqrt{2}i}{3}\right]$
14.	$x - \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{i} - \dfrac{i}{2}$	$\left[-2i; -\dfrac{1}{2}i\right]$
15.	$\dfrac{5}{3x-2} + 3x + 2 = 0$	$\left[\pm i \cdot \dfrac{1}{3}\right]$
16.	$(x+7)^2 = 14x$	$[\pm 7i]$

26. KRUŽNICE

1. Zjistěte, zda rce je rcí kružnice :

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 14 = 0$ $[neni]$

2. Napište obecnou rci kružnice opsané $\Delta KLM, K[-1;3], L[0;2], M[-1;1]$. Převeďte jí na středovou, určete souřadnice středu a poloměru.

$[x^2 + y^2 4x - 2y = 0 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 5]$

3. Napište rci kružnice, která prochází body $A[2;6], B[3;5]$ a střed má na přímce $p: 4x - 3y + 3 = 0$ $[(x-6)^2 + (y-9)^2 = 25]$

4. Určete vzájemnou polohu kružnice a přímky :

$k: x^2 + y^2 = 25$

$p: x - 3y + 9 = 0$ $[P_1[9;-3], P_2[6;6]]$

5. Určete vzájemnou polohu kružnice :

$k_1 : S_1[2;9], r_1 = \sqrt{10}$

$k_2 : S_2[0;10], r_2 = 5$ $[P_1[5;10], P_2[3;6]]$

6. Napište rovnici kružnice, která prochází bodem $A[6;9]$, má střed na přímce $p: x + 3y - 6 = 0$ a poloměr r = 5. $[neexistuje]$

7. Určete souřadnice společných bodů kružnic a os x, y :

a) $S[2;-1], r = 10$

b) $S[4;3], r = 5$ $[P_x = [0;0], [8;0]; P_y[0;6]]$

27. **PARABOLA**

1. Napište rci paraboly, která prochází body $A[5;-2], B[1;-6], C[7;3]$ a má osu rovnoběžnou s y. $\left[(x-1)^2 = 4\cdot(y+6)\right]$

2. $A[-2;4], B[6;0]$, o je rovnoběžná s x, p = 2 $\left[(y-6)^2 = 4\cdot(x+3)\right]$

3. Zjistěte, zda daná rci je rcí paraboly, pak určete souřadnice vrcholu a ohniska.
   $y^2 - 3x - 2y + 7 = 0$ $\left[(y-1)^2 = 3\cdot(x-2), F\left[\frac{11}{4};1\right], V[2;1]\right]$

4. Určete souřadnice společných bodů paraboly a přímky :
   $P: y^2 = 20x \quad p: 3x - 2y + 5 = 0$ $\left[P_1[5;10], P_2\left[\frac{5}{9}, \frac{10}{3}\right]\right]$

5. Napište rci paraboly, která prochází bodem $L[4;5]$, její osa má rci $x - 2 = 0$ a tečna ve vrcholu má rovnici $y - 1 = 0$. Určete vzájemnou polohu této paraboly s přímkou, která prochází body $A[0;1], B[2;2]$.
   $\left[P: (x-2)^2 = y-1; P_1[3{,}3;2{,}6], P_2[1{,}2;1{,}6]\right]$

6. Určete souřadnice ohniska a rovnici řídící přímky :
   a) $y^2 = 4x$ $\left[F[1;0]; d: x = -1\right]$
   b) $y^2 = 2(x-3)$ $\left[F\left[\frac{7}{2};0\right]; d: x = 2{,}5\right]$
   c) $y^2 = -2(x-3)$ $\left[F[2{,}5;0]; d: x = 3{,}5\right]$

28. ELIPSA

1. $E: 16x^2 + 25y^2 - 64x - 200y + 64 = 0$. Určete souřadnice středu, délky poloos a délku tětivy, kterou elipsa vytíná na přímce y = 1. $[S[2;4], a = 5, b = 4, \text{délka tětivy } 6{,}62]$

2. Elipsa se dotýká osy x v bodě $M[4;0]$ a protíná osu y v bodech $N[0;3], P[0;9]$, osy jsou rovnoběžné s x, y. Napište její rovnici. $\left[\dfrac{3(x-4)^2}{64} + \dfrac{(y-6)^2}{36} = 1\right]$

3. Určete společné body elipsy a přímky
$E: 2(x+4)^2 + 3(y+1)^2 = 10;\ p: K[3;-1], L[1;6]$ [nemají spol.bod]

4. Zjistěte, zda daná rce je elipsa :
a) $9x^2 + 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$ $[je]$
b) $9x^2 + 4y^2 - 36x + 72y + 360 = 0$ $[neni]$

29. HYPERBOLA

1. Zapište osovou rovnici hyperboly, která prochází bodem $M[5;2]$ a má asymptotu

$2x + 3y = 0$ $\left[\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{\frac{64}{9}} = 1 \right]$

1. Zjistěte, zda je rce hyperboly

a) $9x^2 - 16y^2 - 36x - 96y - 252 = 0$ $[je]$

b) $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 32 = 0$ $[neni]$

2. Hyperbola je určena ohnisky $F[-14;5], G[14;5]$ a bodem $M[6;20]$. Napište rovnici

$\left[\frac{x^2}{14{,}4} - \frac{(y - 5^2)}{149{,}6} = 1 \right]$

3. Určete vzájemnou polohu hyperboly a přímky

$H: 9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y + 29 = 0$ $[A[1;1], B[-3{,}8;5{,}8]]$

$p: x = 1 - t, y = 1 + t, t \in R$

4. Napište středovou rci hyperboly, která prochází body $K[2;-10], L[-5;11]$

$[y^2 - x^2 = 96]$

5. Napište rci hyperboly, která prochází bodem $K[4;9]$ a má asymptoty :

$a_{1/2}: y - 3 = \pm 2(x + 1)$ $[4(x+1)^2 - (y-3)^2 = 64]$